

Outils et techniques

UN NOUVEL OUTIL POUR LES MATHS ! Un de plus ?

Les travailleurs I.C.E.M. de la commission «Math» ont élaboré dans leur classe et expérimenté des Cahiers de Techniques Opératoires dont il a déjà été question dans *L'Éducateur* n° 13 (mai 77), p. 18 (rose) ; n° 2 (septembre 77), p. 21 (rose) ; n° 14 (juin 78), p. 18 (rose). Ces Cahiers, dont une première série de 4 vient de paraître (niveau B) sont présentés ici.

Cette question, qui pour certains s'est peut-être transformée en exclamation ou même en soupir, mérite qu'on s'y arrête !

En effet le catalogue des outils proposés par la commission «mathématiques» est déjà bien garni, même si l'on peut regretter encore quelques lacunes que nous nous efforcerons de combler.

Alors pourquoi cet outil en plus : les «Cahiers autocorrectifs de techniques opératoires» ?

Et pourquoi désirons-nous tant en parler alors que les Cahiers d'opérations sont si connus ?

Lorsque, il y a déjà longtemps, est né l'atelier de calcul, il a fallu faire sentir la nécessité de l'appropriation personnelle, corporelle, des systèmes de mesure.

Lorsque, en remplacement de l'ancien cours de calcul (suite de problèmes et d'opérations qui avait déjà le mérite de l'autocorrection et la programmation) nous avons présenté les livrets programmés «du calcul vivant à la mathématique», il fallut bien expliquer ce que sous-entendait ce titre : l'apport de la mathématique moderne dans l'étude des situations de la vie courante des enfants. Il fallut bien faire comprendre que l'intégration d'un concept ne se fait pas par dressage mais par tâtonnement, par construction (et il faudra encore y revenir !).

Lorsque nous avons proposé l'atelier math, le F.T.C. math, les boîtes de matériel, il fallut faire comprendre et admettre l'importance de la mathématique et d'une certaine forme d'approche de cette mathématique.

Mais tous ces outils nouveaux procédaient d'un même cheminement, ils proposaient une progression importante dans le sens d'une mathématique toujours plus vivante, plus vraie, plus personnalisée. C'était un pas en avant qui s'appuyait sans équivoque sur le calcul vivant. C'était un élargissement.

Dans le cas des Cahiers de techniques opératoires, le thème de travail est des plus communs, puisque ce sont les lois de compositions numériques habituelles. C'est le thème qui semble le plus anodin, celui pour lequel la majorité des enseignants sont dégagés de toute inquiétude, celui donc qui semble le moins sujet à un débat important.

Et pourtant nos Cahiers vont éclairer ce thème des lois numériques de façon totalement nouvelle.

La pédagogie qui sous-tend les techniques proposées va remettre en cause des méthodes de travail qui avaient l'agréable avantage de donner la plus parfaite bonne conscience (et ce n'était pas un détail en cette période de doute pédagogique !).

Mais ici il y a véritablement rupture d'avec les «opérations» qui ont encore trop souvent place d'honneur dans de nombreuses classes.

Nous savons que les idées les plus profondément ancrées s'auto-justifient.

Nous savons que les contester relève presque de la provocation.

Mais notre désir n'est ni de culpabiliser des collègues (c'est trop facile et sans intérêt !) ni de faire grincer les dents.

Il est d'aider les enseignants à mieux assumer leur rôle d'éducateur, et de permettre aux enfants d'acquiescer des démarches intellectuelles adéquates à leur vie future.

Précisons, s'il en est besoin, que notre analyse concerne ici et maintenant !

Nous avons déjà abordé ce thème des opérations (*Educateur* n° 15 du 20 juin 78). Voici aujourd'hui une présentation générale des Cahiers de techniques opératoires... et nous y reviendrons.

B. MONTHUBERT

CAHIERS AUTOCORRECTIFS DE TECHNIQUES OPÉRATOIRES

L'un des principes fondamentaux de la pédagogie Freinet étant de permettre et même favoriser les cheminements individuels dans la construction de la personnalité et du savoir, il ne peut plus être question d'imposer à des enfants des algorithmes opératoires souvent vieillis et sclérosants :

- qui ne sont plus nécessaires dans le monde actuel ;
- qui ne sont pas fiables (mécanismes instables en cas de non utilisation suffisamment fréquente) ;
- qui imposent un apprentissage envahissant dans le cours de la scolarité ;
- qui prennent du fait ci-dessus, aux yeux des élèves et parfois des enseignants, une importance abusive, au détriment de la véritable activité mathématique (sur un plan général et en premier lieu dans le domaine numérique).

POUR UNE ÉDUCATION NUMÉRIQUE VÉRITABLE

Avec l'apport de la mathématique moderne et les expériences de quelques précurseurs, nombreux sont les enseignants qui ont pris conscience de l'étendue du champ de recherche, à l'école élémentaire, dans les domaines non numériques.

Mais la mathématique, c'est aussi l'univers des nombres !

Pourtant, trop souvent, dans cette éducation favorisant le développement de l'esprit mathématique, les lois de compositions numériques sont vues principalement et prématurément sous l'angle de la mécanisation systématique.

Si le montage de tels mécanismes pouvait se justifier à une époque où de nombreux adultes étaient dans la nécessité de calculer rapidement et fréquemment, pour les besoins de leur profession, il n'en est plus ainsi aujourd'hui.

L'introduction massive de calculatrices électroniques, dérisoirement peu coûteuses, modifie considérablement les données du problème.

Peut-on justifier les centaines d'heures (allant parfois jusqu'au millier !) passées pendant la scolarité élémentaire à l'installation de mécanismes qui ne seront plus opératoires quelques années après l'école par cause de non utilisation ?

Les futurs adultes, dont la profession nécessitera des calculs fréquents, utiliseront tous des calculatrices. A l'école de leur permettre de dominer ce matériel ! Pas en calculant «à la main», aussi rapidement que la machine (comme se vantent certaines personnes passablement robotisées), mais en sachant tirer le plus grand parti de leur outil dont les possibilités sont, par construction, limitées.

Ce ne sont pas les autres non plus, les utilisateurs accidentels du calcul, qui ont besoin d'un tel dressage ! Leur «savoir» disparaîtrait vite, une fois modifiées les conditions de sa mise en place, notamment l'entraînement intensif et régulier.

Ceux-là aussi ont donc besoin plutôt d'une véritable éducation numérique qui leur permette dans toute situation nouvelle de dégager une stratégie efficace.

Peu important dans ce cas le temps et l'espace utilisés puisque les occasions sont exceptionnelles.

Ce sont les modifications de nos conditions de vie, ajoutées au nouveau regard porté sur le nombre dans la pratique nouvelle de la mathématique, qui nous ont amenés à proposer ce nouvel outil, appelé dans l'avenir, nous l'espérons, à remplacer les *Cahiers d'opérations*.

PRINCIPE

Les exercices sont groupés par séries de 4 pages : 3 pages d'exercices et 1 page de correction et test.

Par l'**OBSERVATION**, des exemples et des schémas, l'élève peut aborder, seul, les exercices proposés.

Les **SCHÉMATISATIONS** employées correspondent aux structures du raisonnement (et non à un acte mécanique indépendant).

2

+	
46	33
56	23
66	13
76	3
79	

76 + 3 = ...

B. 30

+	
75	57
85	47
...	37
...	27
...	17
...	7
130	2
...	

130 + 2 = ...

125 + 7 = ...

95 + 37 = ...

75 + 57 = ...

B. 17

48	+	23
...		

1

54	+	38
...		

+	
86	48
38	

+	
248	85

GRACE AU TEST :

- l'enfant s'assure de sa progression,
- l'enseignant est informé rapidement de l'évolution de ses élèves (aide éventuelle à apporter).

B. 17 - REPONSES

		53 + 15 = 68 153 + 15 = 168 253 + 15 = 268 453 + 15 = 468 653 + 15 = 668	46 + 24 = 70 146 + 24 = 170 346 + 24 = 370 846 + 24 = 870 1846 + 24 = 1870
		64 + 13 = 77 184 + 13 = 177 264 + 13 = 277 564 + 13 = 577 1564 + 13 = 1577	62 + 38 = 100 162 + 38 = 200 462 + 38 = 500 762 + 38 = 800 962 + 38 = 1000
		TEST	
36 + 28 = 64 136 + 28 = 164 136 + 128 = 264 236 + 128 = 364 236 + 228 = 464	58 + 25 = 83 58 + 125 = 183 158 + 125 = 283 258 + 225 = 483 358 + 325 = 683	48 + 16 = 148 + 16 = 248 + 16 = 448 + 16 = 648 + 16 =	65 + 35 = 165 + 35 = 365 + 35 = 365 + 135 = 365 + 335 =
46 + 38 = 84 146 + 38 = 184 46 + 138 = 184 246 + 138 = 384 246 + 238 = 484	37 + 63 = 100 137 + 63 = 200 137 + 263 = 400 237 + 363 = 600 437 + 563 = 1000		

B. 27

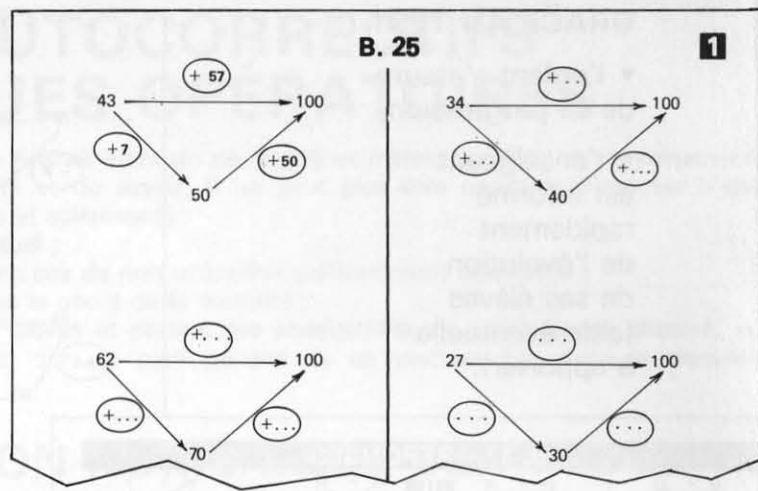
L'AUTOCORRECTION
offre à l'enfant
la véritable
responsabilité
de son travail.

Les cahiers autocorrectifs de techniques opératoires proposent aux enfants des méthodes variées de résolution des équations (de type général $a * b = x$).

5 + 8 = 13
15 + 8 = ...
25 + 8 = ...
35 + 8 = ...

Le but des exercices n'est pas le contrôle des connaissances mais la mise en place de «circuits cérébraux» qui permettront à chacun de choisir dans toute situation nouvelle les démarches les plus efficaces en fonction de la situation elle-même et de son acquis personnel.

Des CIRCUITS CÉRÉBRAUX qui resteront toujours OPÉRATOIRES !

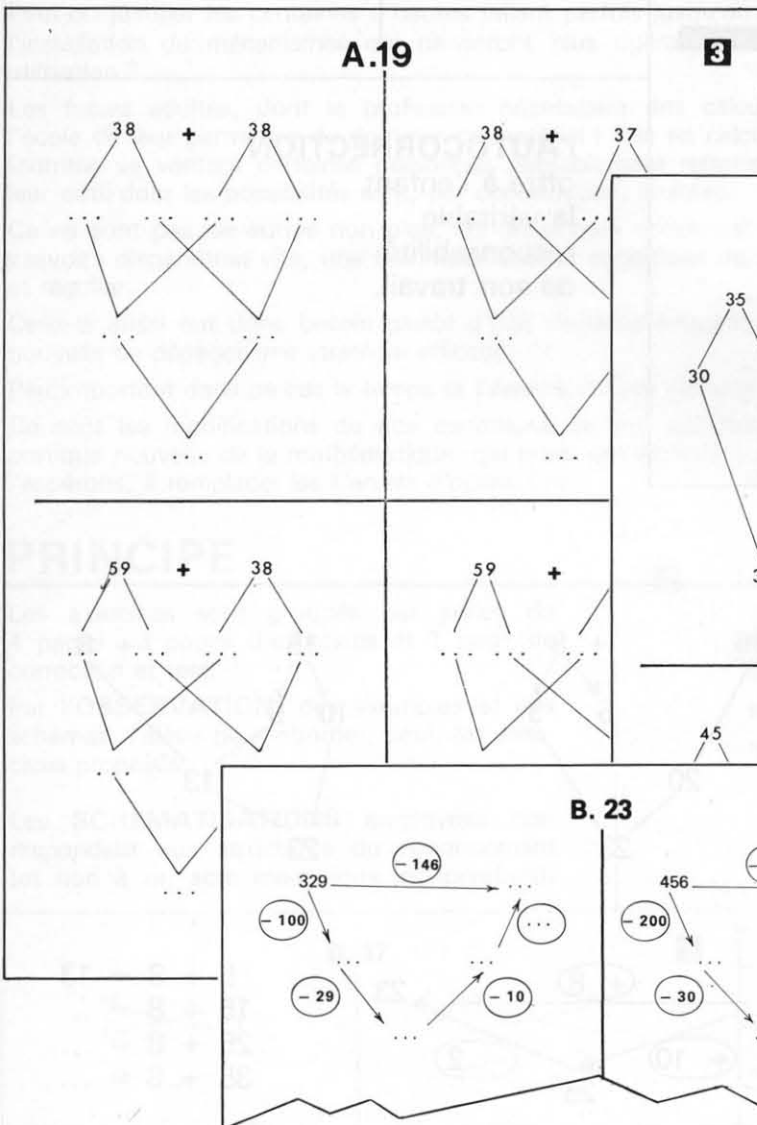


Nombreux sont les exercices généralement proposés à l'école élémentaire qui ne permettent que de constater la réalisation ou non d'un apprentissage (et encore il ne s'agit trop souvent que d'un dressage !).

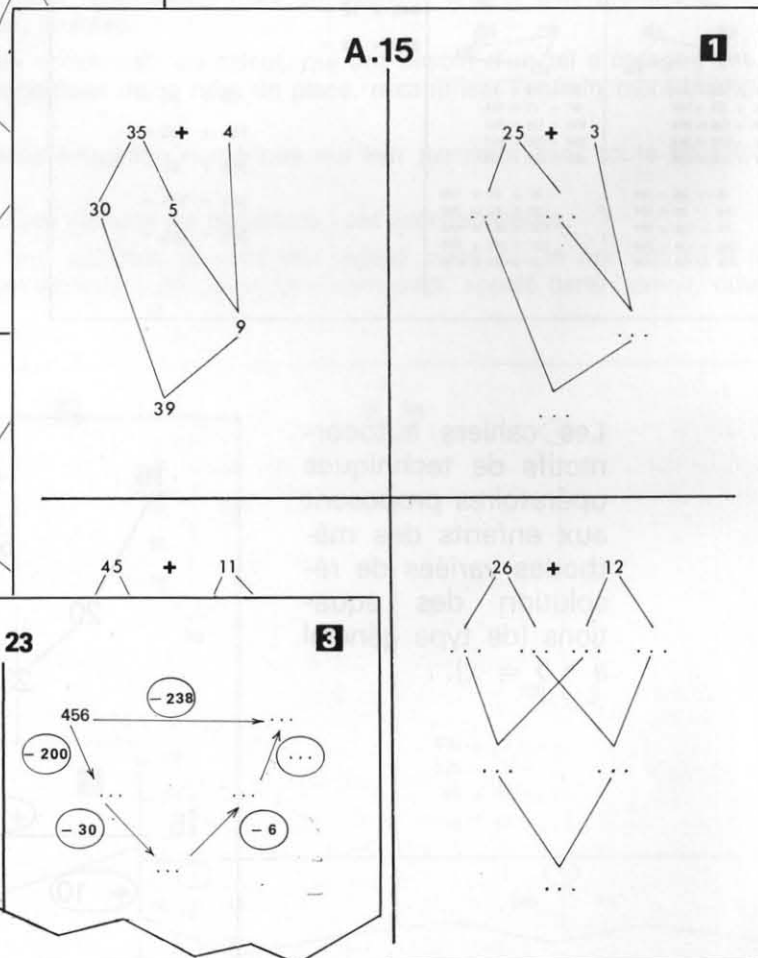
Avec ces cahiers, notre objectif n'est pas d'amener l'enfant, qui effectue un travail, à ce constat d'échec ou de réussite (qui dans les meilleurs cas ne lui sert à rien) mais de favoriser une prise de conscience de plus en plus affirmée des lois qui régissent l'univers des nombres.

Notre objectif n'est pas non plus d'amener les enfants à mécaniser des algorithmes imposés mais de faire sentir que les relations entre les nombres sont indépendantes des formes de représentation, qu'il est toujours possible en raisonnant sur les nombres d'associer à un composé $a * b$ sa valeur référence c tel que $a * b = c$ et ceci en ne faisant appel à aucun artifice mécanique.

Des techniques qui renforcent l'acquisition des concepts mathématiques



Nous proposons donc aux enfants de toujours calculer sur les nombres (à la différence des méthodes habituelles qui amènent à ne plus voir que des compositions de chiffres !) remplaçant alors le formalisme par le raisonnement.



Si de nombreux enfants ont des difficultés au niveau des opérations, c'est en particulier (il y a d'autres causes) parce qu'ils font des exercices sans lien réel avec les nombres eux-mêmes.

Le calcul traditionnel s'exerce sur l'écriture des nombres (juxtaposition de chiffres).

Faire une opération dans ce cas c'est combiner des éléments entre eux selon des règles précises. Mais ces règles, alors, paraissent arbitraires aux yeux des enfants qui n'ont donc même pas envie de les justifier (la possibilité de justification permettrait le véritable apprentissage).

Pour remédier à cette difficulté, les élèves sont soumis à un entraînement intensif (c'est cela le dressage !).

On espère qu'ainsi l'apprentissage se fera petit à petit : «A force de le faire, ils finiront par le savoir !» Et cela semble marcher !

Cette théorie de l'apprentissage est sérieusement remise en cause actuellement !

Pour notre part, nous proposons de nous attacher à la valeur des nombres.

B. 18

85 + 42 = 120

76 + 29 = 105

285 + 42 = 327

276 + 31 = 307

1

2

2 238 - 1 250 = 988

donc 2 238 - 1 250 = 988
1 238 - 250 = 988
1 038 - 50 = ...
1 008 - 20 = ...
1 000 - 12 = ...
990 - 2 = ...

C.10

4 654 - 2 369 = 2 285

donc 4 654 - 2 369 = ...

6 824 - 3 572 = 3 252

6 824 - 3 572 = 3 824 - ...
= 3 324 - ...
= 3 322 - ...
= 3 302 - ...
= 3 292 - ...
= 3 252 - ...
= ...

3 726 - 1 442 = 2 284

3 726 - 1 442 = ... - 442
= ... - 42
= ... - 22
= ... - 20
= ... - 10
= ...

Notre système de numération n'est de position qu'en son écriture. Sa lecture est additive.

Alors que la nature de l'opération est déterminée par la situation elle-même, ne nous laissant aucun pouvoir, la manière d'effectuer le calcul est toujours libre.

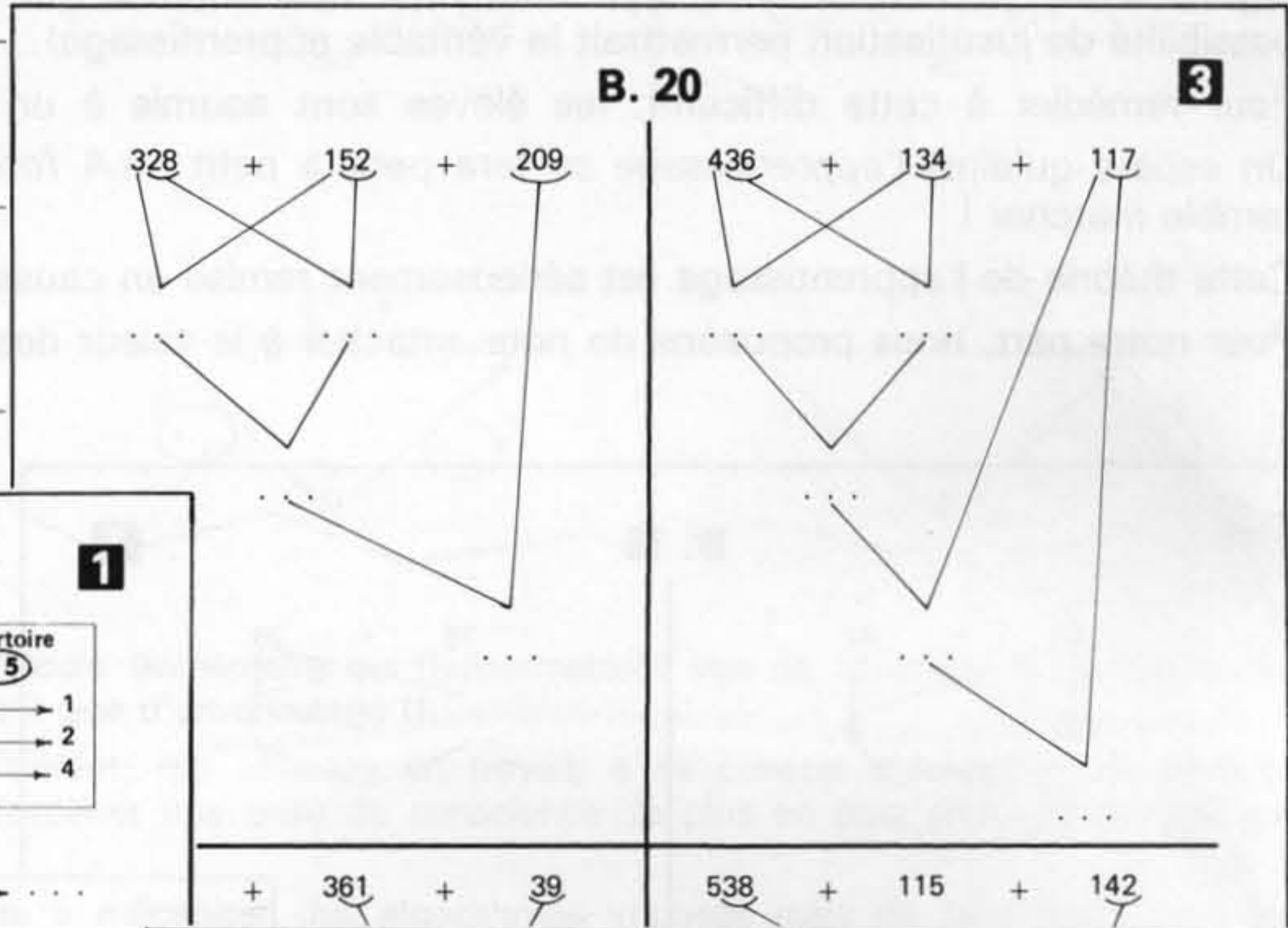
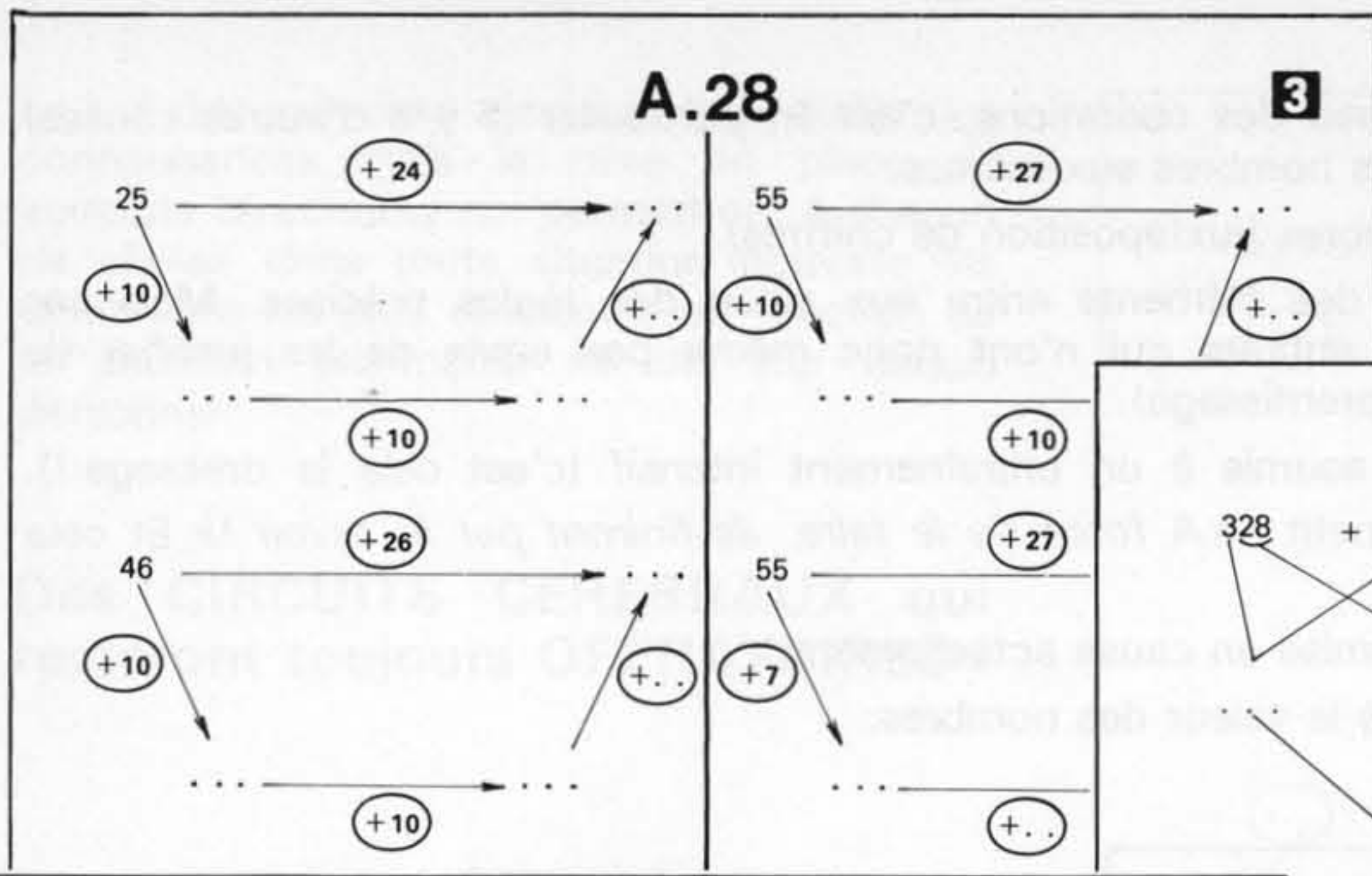
Il n'y a pas de «meilleure» façon de calculer, même si certaines sont plus rapides. Le «meilleur» est subjectif !

Savoir calculer c'est aussi savoir choisir, savoir adapter son calcul.

Savoir calculer c'est encore savoir jouer sur les nombres pour démonter les compositions trop complexes en éléments plus simples.

Avec ces cahiers, l'enfant acquerra le sens de l'approximation, de l'évaluation, de la simplification des calculs par les compositions privilégiées.

Les démarches seront parfois plus longues mais elles seront totalement maîtrisées.



C.27 1

Répertoire
 $\div 6$

6 → 1
12 → 2
24 → 4

Répertoire
 $\div 5$

5 → 1
10 → 2
20 → 4

496 ÷ 6

240 → 40
240 → 40
480 → ...
12 → ...
492 → ...

496 ÷ 6 = ... reste ...

568 ÷ 5

500 → ...
50 → ...
10 → ...
5 → ...

856 ÷ 7

700 →
140 →
14 →
854 →

856 ÷ 7 = ... reste ...

Rép

7
14
21
28

C.24 1

Choisis la réponse sans compter

	6×19	5×28	
64	114	254	140
	8×19	5×47	
82	192	152	535
	9×27	7×95	
183	243	303	735
	9×36	5×95	
374	254	324	475
			675
			275

C.31 3

est voisin de →

	• 20
$482 \div 5$	
$79 \div 4$	
$3\ 250 \div 3$	• 1.000
$1\ 540 \div -15$	
$11\ 500 \div 12$	• 100

est voisin de →

	• 1 500 ÷
$387 \div 19$	
$1\ 482 \div 5$	
$435 \div 21$	• 400 ÷ 2
$6\ 500 \div 92$	• 400 ÷ 8
$789 \div 40$	• 7 000 ÷ 1
$424 \div 81$	

Ce travail a le triple avantage de :

- Renforcer le concept mathématique sous-jacent à la composition numérique proposée ;
- Créer ou développer une attitude active, un sentiment de capacité qui place l'enfant dans une situation favorable face à tout problème nouveau ;
- Ne pas interdire la mise en place ultérieure d'un algorithme approprié, si le besoin s'en fait sentir réellement, dans de nouvelles conditions scolaires ou professionnelles. Cette mise en place sera même favorisée par des assises particulièrement solides et s'effectuera sans blocage aucun, dans des temps incroyablement réduits.

CONSEILS D'UTILISATION

Le choix des techniques opératoires présentées dans ces cahiers résulte de l'observation, pendant de nombreuses années, des modes de raisonnement développés par les enfants, dans le cadre pédagogique de la mathématique vivante, où les cheminements personnels sont mis en évidence, respectés et valorisés.

La sélection opérée ici (causes économiques mais aussi pédagogiques) ne signifie pas le rejet de toute autre démarche. Bien au contraire ! Elle se veut seulement éclairage minimum et varié sur le champ du calcul numérique.

Ces cahiers ne doivent donc pas être considérés comme constituant un cours de calcul, ni en tant que programme, ni en tant que progression, ni en tant que guide de l'enseignant.

Cet outil trouve sa meilleure place à côté des autres productions de l'Institut Coopératif de l'École Moderne (fichiers, livrets programmés, boîtes de travail) et en coexistence avec la démarche pédagogique de la mathématique vivante (expression libre, puis recherche et exploitation individuelle et collective à partir de cette expression), mais il est indéniable que son introduction est possible et bénéfique dans toute classe, si l'enseignant a le désir de permettre à ses élèves la prise de possession réelle du calcul numérique.

Les cahiers autocorrectifs de techniques opératoires sont à utiliser de préférence en travail individualisé (moments libres ou programmés). Ils permettent la progression de l'enfant à son rythme personnel (ce qui n'implique pas ralentissement !).

Entraînant une autre conception de la pratique opératoire, ils influent sur l'ensemble de la démarche mathématique de la classe. Ils ne doivent donc pas être une activité indépendante dans le domaine mathématique.

Ces considérations nous amènent à proposer un mode d'emploi que chacun doit adapter à ses propres conditions de travail et son projet pédagogique :

- Il est conseillé de faire travailler à ces cahiers tous les enfants, quelle que soit leur attitude face au calcul.
- Les enfants écrivent directement sur les cahiers, au crayon à bille ou au feutre, n'effaçant pas leurs tâtonnements. L'étude de ceux-ci, ainsi que des erreurs, apportant des éléments décisifs dans la connaissance de leurs difficultés, permettra à l'enseignant d'agir avec plus d'efficacité.
- Les cahiers, individuels, seront choisis en fonction du niveau réel de chaque enfant. Mieux vaut, de plus, démarrer à un niveau où l'enfant se sentira à l'aise (ce qui lui donnera assurance, désir de poursuivre et pouvoir sur la démarche) plutôt qu'à un niveau trop difficile où les embûches seraient trop nombreuses (ce qui le découragerait et l'inciterait à agir sans véritablement comprendre : domination de l'exercice sur l'enfant qui se traduirait vite par échec et rejet).
- Il n'est pas nécessaire que les enfants aient tous les mêmes cahiers, ceux-ci pouvant être réalisés avec une participation réduite de l'enseignant et poursuivant les mêmes objectifs pédagogiques, quant au pouvoir de l'enfant sur tout acte de calcul. Cette différence de niveaux opératoires n'entrave donc pas la collectivisation des recherches.
- Ces cahiers ne sont pas des recueils d'exercices d'application qu'il ne faudrait présenter qu'après une «leçon». Il n'y a donc pas lieu de prévoir une progression annuelle ni d'attendre les occasions.
- Le travail, purement numérique, est indépendant des thèmes de recherche abordés en classe. Il peut également être indépendant des concepts en construction lors des moments de mathématique.
- Par contre, pour être efficaces, il est indispensable que les techniques opératoires présentées soient réinvesties dans les diverses occasions de calcul rencontrées en classe. Il est donc déconseillé de présenter simultanément à ce travail de déblocage et structuration de l'univers des nombres, les algorithmes traditionnels qui provoqueraient alors dévalorisation des cheminements proposés, infériorisation du raisonnement de l'enfant et insécurisation.

Ces algorithmes pourront être présentés, mais ultérieurement. Ils s'appuieront alors sur des concepts largement dominés, ce qui évitera l'importance excessive donnée, en temps et en valeur, à cet apprentissage de mécanismes.

Les enfants, au terme de leur scolarité élémentaire, seront en mesure de choisir les modes de calcul les mieux adaptés à leur personnalité et leurs besoins.

On remarquera que l'entraînement opératoire n'est proposé que lorsque le concept mathématique sous-jacent en est à un stade d'acquisition suffisant. C'est ainsi que (exemple caractéristique) les exercices de composition multiplicative ne seront abordés qu'au

niveau C, c'est-à-dire lorsque les lois de l'application linéaire sont en cours d'édification avancée. Cette édification se réalisant grâce aux nombreuses occasions de recherche sur ce thème abordées depuis le C.E.1 et même parfois le C.P.

Cette remarque appuie encore notre objection à considérer ces cahiers comme un programme.

Répétons alors qu'ils sont un élément essentiel de tout un ensemble d'outils, se complétant et visant au pouvoir de l'enfant, puis de l'adulte, sur la mathématique et par-delà, sur la vie sociale.

Pour ceux qui n'auraient pas encore introduit dans leur classe les autres outils (fichiers, livrets, boîtes de travail), les cahiers constitueront une ouverture importante vers une modernisation de leur enseignement mathématique.

FORME

- 4 ou 5 cahiers de 32 pages (17 × 22 cm), selon les niveaux.
- Dans chaque cahier, 8 séries de 4 pages, dont 3 pages d'exercices (avec 4 pages chacune) et 1 page de correction et test.

CONTENU

- Niveau A : 4 cahiers en préparation (parution en 79) :
 - Reconnaissance des nombres jusqu'à 100.
 - Ajouter et soustraire deux nombres.
 - Les quatre égalités équivalentes (lois d'addition et soustraction).
 - Utilisations des similitudes et équivalences de calcul.
 - Opérateurs additifs et soustractifs - Composition d'opérateurs.
 - Evaluation - approximation - encadrement.
 - Lecture des nombres - Suites numériques.
- Niveau B : 4 cahiers (parus) :
 - Mêmes objectifs que niveau A avec nombres supérieurs à 100.
 - Additions de plusieurs nombres.
 - Tableaux de correspondances d'opérateurs (associativité - commutativité).
 - Francs et centimes.
- Niveau C : 5 cahiers en préparation :
 - Même travail qu'en B avec situations plus complexes.
 - Multiplication et division par des nombres inférieurs à 100.
 - Tables de Pythagore - Jeux numériques - Algorithmes divers.
- Niveaux D : en prévision.

NIVEAUX

Les lettres A, B, C, et D indiquent un niveau de compréhension et non un programme. Il y a lieu de tenir compte du vécu scolaire de l'enfant. On peut se reporter au tableau suivant :

Cours	Niveau faible	Progression spéciale*	Progression normale	Niveau fort
C.E.1		A	A	A - B
C.E.2		A - B	B	B - C
C.M.1	A - B	B - C	C	C - D
C.M.2	B - C	C - D	D	

(*) La progression spéciale est conseillée aux enfants de niveau moyen mais n'ayant pas l'habitude de ce mode de calcul.